

MAK 744 Kütle Transferi

rnek Soru ve Cevapları

“Isı ve Kütle Geçişinin Temelleri”

(Incropera & DeWitt)

4. Basımdan eviri

Bölüm 14

Problem 14.12

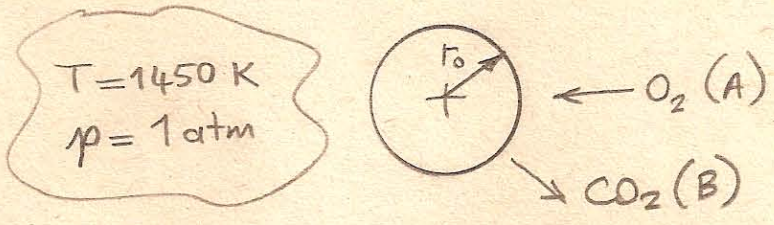
Problem 14.31

Mustafa Eyriboyun

Nisan 2009

14.18 Yarıçapları $r_0 = 1 \text{ mm}$ olan karbon küreleri olarak kabul edilebilecek toz kömür tanecikleri, saf oksijen ortamında 1 atm basınçta, 1450 K sıcaklıkta yakılmaktadır. Oksijen, taneciklerin yüzeyine yayılım ile geçmekte ve yüzeyde $C + O_2 \rightarrow CO_2$ reaksiyonu olmaktadır. Reaksiyon hızı birinci derecedendir ve $k_1'' = 0,1 \text{ m/s}$ olmak üzere $N_{O_2}'' = -k_1'' C_{O_2}(r_0)$ biçimindedir. Kömürün yarıçapındaki (r_0) değişimin göz ardı edilmesi durumunda, sürekli rejimde birim zamanda harcanan O_2 miktarını kmol/s olarak bulun. 1450 K sıcaklıkta O_2 ile CO_2 arasındaki ikili yayılım katsayısı $1,71 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ değerindedir.

Gözüm



- $r_0 = 0,001 \text{ m}$
- $C = C_A + C_B$
- $D_{AB} = 1,71 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$
- $k_1'' = 0,1 \text{ m/s}$

$$\dot{N}_A = -k_1'' C_A(r_0)$$

Kabuller :

- Bir boyutlu yayılım
- Sürekli rejim
- Sabit özellikler
- İdeal gaz davranış
- Düzgün dağılımlı C ve T.

Eşitlik (14.53) (Sayfa 868)

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 C D_{AB} \frac{dC_A}{dr} \right) = 0 \quad (\text{Dif. denklemin})$$

C ve D_{AB} sabit.

$$\frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dC_A}{dr} \right) = 0 \xrightarrow{\text{integral}} r^2 \frac{dC_A}{dr} = C_1$$

$$\frac{dC_A}{dr} = \frac{C_1}{r^2} \xrightarrow{\text{integral}} \boxed{C_A(r) = -\frac{C_1}{r} + C_2}$$

GENEL GÖZÜM

Sınır şartları :

$$(1) \quad r=r_0 \text{ 'da} \quad \dot{N}_A'' = N_A''(r_0)$$

$$(2) \quad r \rightarrow \infty \text{ için} \quad c_A(\infty) = C$$

$$(2) \text{ 'den} \quad c_A(\infty) = C = -\frac{c_1}{\infty} + c_2 \Rightarrow \boxed{c_2 = C}$$

$$(1) \text{ 'den} \quad \dot{N}_A'' = N_A''(r_0) = -c D_{AB} \left. \frac{dX_A}{dr} \right|_{r_0} = -D_{AB} \left. \frac{dc_A}{dr} \right|_{r_0}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Yüzeyde kimyasal} \\ \text{reaksiyon sonucu} \\ \text{üretilen (A) bileşeni} \\ \text{miktarı} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Yüzeyden yayılım} \\ \text{ile giden (A)} \\ \text{bileşeni miktarı} \end{array} \right\}$$

$$\dot{N}_A = -k_1'' c_A(r_0) \quad \text{ve} \quad \frac{dc_A}{dr} = \frac{c_1}{r^2} \quad \text{idi. Dolayısıyla:}$$

$$-k_1'' \left(-\frac{c_1}{r_0} + C \right) = -D_{AB} \frac{c_1}{r_0^2}$$

$$k_1'' \frac{c_1}{r_0} - k_1'' C = -D_{AB} \frac{c_1}{r_0^2} \Rightarrow k_1'' \frac{c_1}{r_0} + D_{AB} \frac{c_1}{r_0^2} = k_1'' C$$

$$c_1 \left(\frac{k_1''}{r_0} + \frac{D_{AB}}{r_0^2} \right) = k_1'' C \Rightarrow \boxed{c_1 = \frac{k_1'' C}{\left(\frac{k_1''}{r_0} + \frac{D_{AB}}{r_0^2} \right)}}$$

oksijen tüketim oranı :

$$N_A''(r_0) = -D_{AB} \left. \frac{dc_A}{dr} \right|_{r_0} = -D_{AB} \frac{k_1'' C}{k_1'' r_0 + D_{AB}}$$

$$\text{Burada} \quad C = \frac{p}{RT} = \frac{1}{8,205 \times 10^2 \cdot 1450} = 8,405 \times 10^{-3} \text{ kmol/m}^3$$

$$N_A''(r_0) = -1,71 \times 10^{-4} \frac{0,1 \times 8,405 \times 10^{-3}}{0,1 \times 0,001 + 1,71 \times 10^{-4}} = -5,30 \times 10^{-4} \frac{\text{kmol}}{\text{s} \cdot \text{m}^2}$$

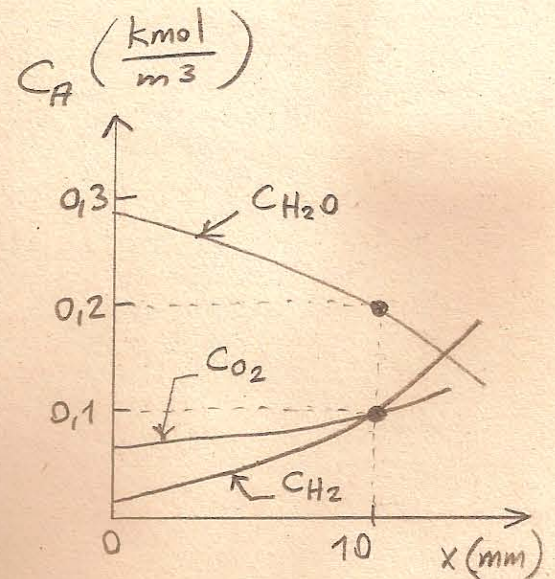
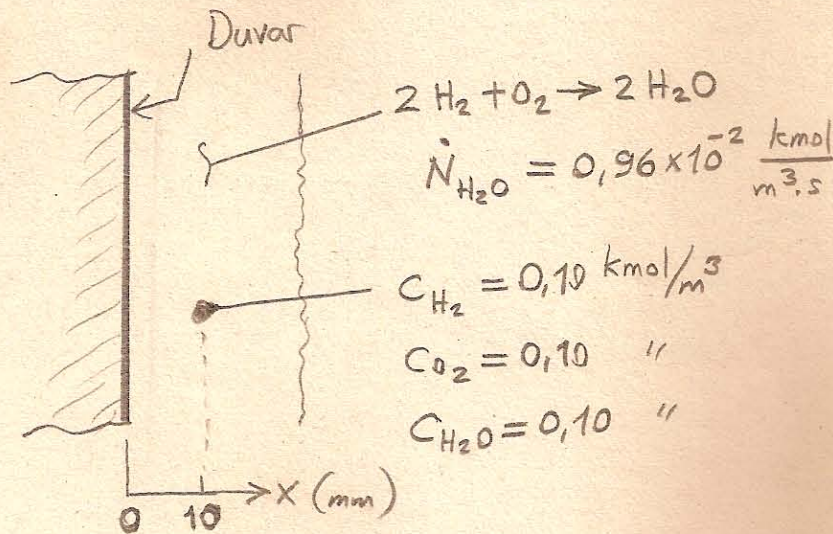
$$N_A(r_0) = A \cdot N_A''(r_0) = (4\pi r_0^2) N_A''(r_0) = 4\pi (0,001)^2 \times 5,30 \times 10^{-4}$$

$$\boxed{N_A(r_0) = 6,66 \times 10^{-9} \text{ kmol/s}}$$

Bir yanma odasının metal cidarlarına yakın bölgede, hidrojen ve oksijen karışımında, hidrojen gazının yanması göz önüne alınmaktadır. Yanma, $2\text{H}_2 + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}$ kimyasal reaksiyonuna göre sabit sıcaklıkta ve sabit basınçta gerçekleşmektedir. Sürekli rejim koşullarında yapılan ölçmelerde, yanma odası cidarından 10 mm uzaklıkta, hidrojenin, oksijenin ve su buharının molekül sel derişiklikleri sırasıyla, 0,10, 0,10 ve 0,20 kmol/m^3 bulunmuştur. İncelenen bölgenin birim hacminde birim zamanda ortaya çıkan su buharının mol debisi $0,96 \times 10^{-2}$ $\text{kmol}/\text{m}^3 \cdot \text{s}$ değerindedir. Her bir bileşenin (H_2 , O_2 ve H_2O) kalan diğer bileşen karışımına göre ikili yayılım katsayısı $0,6 \times 10^{-5}$ m^2/s olarak bilinmektedir.

- C_{H_2} 'yi cidardan uzaklığın fonksiyonu olarak bulun ve eğrisini çizin.
- Cidardaki C_{H_2} değerini bulun.
- (a) sıkkındaki verilen koordinat sistemini kullanarak oksijen ve su buharı derişikliklerinin eğrilerini çizin.
- $x=10$ mm değerinde su buharının mol akısını bulun.

ÇÖZÜM



a) Bir boyutlu, sürekli rejim ve kimyasal reaksiyon içeren durum için kütle yayılım denklemi:

$$\frac{d^2 C_A}{dx^2} + \frac{\dot{N}_A}{D_{AB}} = 0$$

\dot{N}_A ve D_{AB} sabit ise:

$$\int \frac{d}{dx} \left(\frac{dC_A}{dx} \right) = \int - \frac{\dot{N}_A}{D_{AB}} \quad \text{İntegre edilirse:}$$

$$\int \frac{dC_A}{dx} = - \left(\frac{\dot{N}_A}{D_{AB}} x + C_1 \right) \quad \text{Tekrar integrasyon:}$$

$$C_A(x) = - \frac{\dot{N}_A}{2 \cdot D_{AB}} x^2 + C_1 x + C_2 \quad \text{GENEL ÇÖZÜM}$$

Yanma odasının metal cidarı üç bileşenin (H_2 , O_2 , H_2O) herbiri için geçirimsiz duvar niteliğindedir. Dolayısıyla sınır koşulu olarak,

$$\textcircled{1}: x=0 \text{ da } \left. \frac{dC_A}{dx} \right|_{x=0} = 0 \Rightarrow \boxed{C_1 = 0} \text{ bulunur}$$

$$\textcircled{2}: x=10 \text{ mm'de } H_2 \text{ için } C_{H_2}(10 \text{ mm}) = 0,10 \text{ kmol/m}^3$$

ayrıca $2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$ denklemi uyarınca

$$\dot{N}_{H_2} = - \dot{N}_{H_2O} = - 0,96 \times 10^{-2} \text{ kmol/m}^2 \cdot s$$

yazılabilir - Bunlar GENEL ÇÖZÜME taşınırsa:

$$0,10 = - \frac{- 0,96 \times 10^{-2}}{2 \cdot 0,6 \times 10^{-5}} (0,01)^2 + (0 \cdot 0,01) + C_2$$

Buradan

$$\boxed{C_2 = 0,02 \text{ kmol/m}^3}$$

C_1 ve C_2 'nin değeri GENEL ÇÖZÜME taşınırsa:

$$C_{H_2}(x) = -\frac{\dot{N}_{H_2}}{2D_{AB}} x^2 + 0,02 = -\frac{-0,96 \times 10^{-2}}{2 \cdot 0,6 \times 10^{-5}} x^2 + 0,02$$

$$C_{H_2}(x) = 800x^2 + 0,02$$

(Değişim paraboliktir.
Şekilde gösterilmiştir.)

b) $C_{H_2} \Big|_{x=0} = ?$

$$C_{H_2}(0) = 800 \cdot (0)^2 + 0,02 \Rightarrow$$

$$C_{H_2}(0) = 0,02 \frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}$$

- c) H_2 Bileseni derzikliğinin x 'e bağlı değişimini veren ifade (a) eikinda bulunmustu.
Yayılım denkleminin genel çözümünü diğer bilesenler için de aynı olacaktır. Çözüm için ilk sınır şartı da aynıdır. İkinci sınır şartı H_2O için farklıdır.

H_2O için:

$$C_{H_2O}(x) = -\frac{\dot{N}_{H_2O}}{2D_{AB}} x^2 + C_1x + C_2$$

① sınır şartından $C_1 = 0$

②. sınır şartı $x = 10 \text{ mm}$ 'de $C_{H_2O}(10 \text{ mm}) = 0,2 \frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}$

$$0,2 = -800(0,010)^2 + C_2 \Rightarrow$$

$$C_2 = 0,28 \frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}$$

$$C_{H_2O}(x) = -800x^2 + 0,28$$

Duvar yüzeyinde

$$C_{H_2O}(0) = 0,28 \frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}$$

O₂ için:

Genel çözüm aynı:

$$C_{O_2}(x) = -\frac{\dot{N}_{O_2}}{2 D_{AB}} x^2 + C_1 x + C_2$$

$$\dot{N}_{O_2} = -\frac{1}{2} \dot{N}_{H_2O} = -0,5 \dot{N}_{H_2O} \quad (\text{Reaksiyon denklemlerinden})$$

$$\boxed{C_1 = 0} \quad (\text{1. sınır şartı aynı})$$

$$\text{2. sınır şartı } x = 10 \text{ mm'de } C_{O_2}(10 \text{ mm}) = 0,1 \frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}$$

$$0,1 = -\frac{0,5(-0,96 \times 10^{-2})}{2 \times 0,6 \times 10^{-5}} (0,010)^2 + C_2$$

$$\boxed{C_2 = 0,06}$$

$$\boxed{C_{O_2}(x) = 400 x^2 + 0,06}$$

$$d) \quad N_{H_2O}'' \Big|_{x=10 \text{ mm}} = N_{H_2O}''(10 \text{ mm}) = -D_{AB} \frac{dC_{H_2O}}{dx} \Big|_{x=10 \text{ mm}}$$

$$N_{H_2O, x}'' = -D_{AB} \frac{d}{dx} \left(-\frac{\dot{N}_{H_2O}}{2 D_{AB}} x^2 \right) = + \dot{N}_{H_2O} \cdot x$$

$$N_{H_2O}''(10 \text{ mm}) = 0,96 \times 10^{-2} \times 0,010 = 9,60 \times 10^{-5}$$

$$\boxed{N_{H_2O}'' = 9,60 \times 10^{-5} \frac{\text{kmol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}}$$